

**אינפי 3 – תרגיל בית 5**

מרצה: פרופ' אנדריי לרנר.

מתרגלים: בועז ויינר ואורפז תורגימן.

תאריך הגשה: 11/12/2011

**שאלה 1:** מצא נגזרת מכוונת של  $u = x^2y^2 - xy^3 - 3y - 1$  בנקודה  $(2,1)$  בכיוון מהנקודה לראשית.

**שאלה 2:** מצא את הנגזרת המכוונת של הפונקציה  $u = \ln(x^2 + y^2)$  בנקודה  $M_0(x_0, y_0)$  בכיוון הנורמל לקו הגובה העובר דרך  $M_0$ .

**שאלה 3:** מצא את הגרדיאנט של הפונקציות:

א.  $u = xe^{|\mathbf{r}|}$ ,  $(\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$  בנקודה  $(0,0,0)$ .

ב.  $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  בנקודה  $(1,1,1)$ .

**שאלה 4:** יהי  $\varphi$  ו- $f$  פונקציות דיפרנציאביליות ו- $c$  מספר קבוע, הוכח:

א.  $\nabla(f \cdot \varphi) = f\nabla\varphi + \varphi\nabla f$

ב.  $\nabla \frac{\varphi}{\psi} = \frac{\psi\nabla\varphi - \varphi\nabla\psi}{\psi^2}$

ג.  $\nabla f(\varphi) = f'(\varphi) \cdot \nabla\varphi$

**שאלה 5:** הוכח כי הפונקציות  $u = \arctan \frac{y}{x}$  ו-  $u = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$  הן פתרונות של המשוואה  $u''_{xx} + u''_{yy} = 0$

**שאלה 6:** יהי הפונקציה  $f(x,y)$  דיפרנציאבילית ב- $\mathbb{R}^2$ . נגדיר  $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right)$ .

חשב  $xu'_x + yu'_y + zu'_z$

**שאלה 7:** הוכח: אם  $f(x,y,z)$  דיפרנציאבילית והומוגנית מסדר  $p$  (כלומר

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) = \lambda^p f(x, y, z),$$

אזי  $f'_x, f'_y, f'_z$  פונקציות הומוגניות מסדר  $p-1$ .

**בהצלחה!**