

בוחר לינארית 2 סמסטר א תשפא

ענו על השאלות הבאות:

1. תהא

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -6 \\ 4 & 2 & -8 \\ 3 & 3 & -8 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

(א) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש $P^{-1}AP = D$.

(ב) נגדיר $B = -A^4 - 6A^3 - 12A^2 - 5A + 6I$. מצאו את הפולינום המינימאלי של B .

(ג) האם המטריצה B מהסעיף הקודם הפיכה?

(ד) מצאו את צורת ז'ורדן של המטריצה $A + P \cdot J_3(8) \cdot P^{-1}$.

2. תהא $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ מטריצה שכל רכיביה ממשיים (כלומר, לכל i, j מתקיים $A_{i,j}$ ממשי) המקיימת כי $A^2 + I = 0$.

(א) הוכיחו כי קיים k כך ש $n = 2k$ (כלומר A מסדר זוגי).

(ב) מצאו את הפולינום האופייני של A ומצאו את הפולינום המינימאלי של A .

(ג) מצאו את כל צורת ז'ורדן האפשריות ל A .

(ד) נגדיר $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ על ידי $T(v) = Av$. הוכיחו שלא קיים תת מרחב $-T$ אינוואריאנטי שמימדו 1. הוכיחו שקיים תת מרחב $-T$ אינוואריאנטי שמימדו 2.