

מבני נתונים ואגלוריתמים 88-280

תרגיל 1

תאריך הגשה – 3/11/13 בתרגול בלבד!

שאלה 1

דרגו את הפונקציות הבאות לפי קצב הגידול שלהן (הוכיחו את קביעתכם).

(א) $(n - \sqrt{n} \ln n) \sqrt{n}$

(ב) $e^{(\ln \ln n)^2}$

(ג) $123n^2 + 456n + 789$

(ד) $(\ln n)^5$

(ה) $(\ln n)^{\ln n}$

(ו) $\sqrt[5]{11n^3 + 4n^4}$

שאלה 2

תהינה $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ו- $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $0 < \alpha, \beta$. הוכיחו - $\alpha f(n) + \beta g(n) = \Theta(f(n) + g(n))$.

שאלה 3

תהי $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$.

(א) נניח ש- f עולה. הוכיחו - $f(1) + \dots + f(n-1) \leq \int_0^n f(x) dx \leq f(1) + \dots + f(n)$

(רמז - התבוננו בפונקציות $f(\lfloor n \rfloor), f(\lceil n \rceil)$.)

(ב) בהנחות של סעיף א', הוכיחו - $f(1) + \dots + f(n) = \Theta(\int_0^n f(x) dx + f(n))$

(ג) הוכיחו שכאשר f מוטונית יורדת, מתקיים $f(1) + \dots + f(n) = \Theta(\int_0^n f(x) dx + f(1))$.

(ד) מצאו בעזרת הסעיפים הקודמים (או בכל דרך אחרת) פונקציה מפורשת (ללא סכום או אינטגרל) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ כך ש- $1 \ln 1 + 2 \ln 2 + \dots + n \ln n = \Theta(f(n))$.

שאלה 4

מצאו ביטוי מפורש (ללא סכום) לסיבוכיות של נוסחאות הנסיגה הבאות:

(א) $T(n) = 5T\left(\frac{n}{4}\right) + 2n$

(ב) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n$

(ג) $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{2}\right) + n$

שאלה 5

מצאו אלגוריתם שמקבל כקלט מספרים שלמים a, n ומחזיר את a^n . סיבוכיות האלגוריתם צריכה להיות $O(\log n)$ (הראו זאת). מה סיבוכיות הזיכרון?

שאלה 6

האלגוריתם הבא מקבל כלקט מספר n .

(א) מה עושה האלגוריתם?

(ב) מה סיבוכיות הזיכרון?

(ג) מה סיבוכיות הזמן שלו?

(ד) *בנוס – מצאו אלגוריתם מהיר יותר אסימפטוטית והוכיחו שהוא מהיר יותר.

```
void Algo (int n):  
    A = int array of size n  
    for i=2 to n-1:  
        A[i] = 0  
    end for  
    for i=2 to n-1:  
        j = 2*i  
        while j<n  
            A[j] = 1  
            j = j+1  
        end while  
    end for  
    for i=2 to n-1:  
        if A[i] == 0  
            print i  
        end if  
    end for
```