

1. הוכיחו כי  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2} \leq \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

2.

a. הוכיחו/הפריכו: אם  $\int_a^x f(t) dt \leq \int_a^x g(t) dt$  לכל  $x > a$

אזי  $f(x) \leq g(x)$  לכל  $x > a$ .

b. חשבו את הגבול:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{\ln(x)} \sin^2(x) dx}{x}$$

3.

a. מצאו את טור החזקות של הפונקציה  $f(x) = \ln(1+x^2)$ .

b. מצאו את תחום ההתכנסות של הטור שחישבתם בסעיף א'.

4.

a. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס והאם הוא מתכנס בהחלט

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

b. חשבו את האינטגרלים הלא מסוימים

i.  $\int [\sin(x)]^5 dx$

ii.  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

a. הוכיחו/הפריכו: אם טור פונקציות  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  מתכנס במ"ש אז קיים טור מספרים

$$|u_n(x)| \leq a_n \quad \text{כך שלכל } n \text{ מתקיים } \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

b. הוכיחו/הפריכו: אם  $f_n(x)$  מתכנסת במ"ש ל  $f(x)$  אזי גם  $|f_n(x)|$  מתכנס במ"ש

$$|f(x)|$$

6. (ברוקס) מצאו נקודות קיצון של הפונקציה  $f(x, y) = \sqrt{3}xy + x^2$  בתחום  $x^2 + y^2 \leq 1$

7. (שנפס)

a. האם קיים ערך של  $a$  עבורו הפונקציה הבאה רציפה בנקודה  $(0, 0)$ ? אם כן, מצאו

אותו.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ a & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

b. האם הפונקציה הבאה דיפרנציאבילית בנקודה  $(0, 0)$ ? הוכיחו.

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$