

תרגיל ביתה 5

1. מטילים קוביה N פעמים. יהיו X - מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 6 ו-Y - מספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 5
חשבו את $COV(X, Y)$
2. Y, X משתנים מקריים. הוכיחו שעבור $Y = n - X$ מקדם המתאם בין X ל-Y הוא -1.
3. מטילים מטבע עם סיכוי p לראש n פעמים. יהי X מספר הראשים שמתקבל. מכניסים לכד כדור אחד אדום עם X כדורים לבנים. מכד זה מוציאים כדור באופן מקרי. אם יצא כדור אדום מרוויחים 10 דולר ואם יצא כדור לבן מפסידים 10 דולר. חשבו את תוחלת ושונוות הרווח.
4. רובוט נמצא בנקודה 0 על ציר המספרים. הוא מבצע N צעדים שבכל צעד, (בי"ת בצעדים האחרים) הוא נע בסיכוי p ימינה במספר אחד ובסיכוי $q = 1 - p$ שמאלה במספר אחד. יהי X המספר עליו יהיה הרובוט לאחר N הצעדים. מהי התפלגות X?
5. מטילים קוביה שוב ושוב עד שמתקבלות כל הפיאות. יהי Y מספר ההטלות. מהי $E(Y)$?
6. בכד יש a כדורים לבנים ו-b כדורים שחורים. שני מתחרים מוציאים (עם החזרה) כדורים לפי התור (בכל פעם אחר מוציא כדור). הראשון שמוציא כדור לבן מנצח.
 - א. מהי ההסתברות שהמתחיל במשחק ינצח?
 - ב. מה ההתפלגות מספר ההוצאות עד לקביעת המנצח (כולל)?
7. יהיו Y, X מ"מ בי"ת שכל אחד מהם מתפלג גיאומטרית עם פרמטר P. הוכיחו שההתפלגות המותנה של X בהינתן $X+Y=n$ היא התפלגות אחידה $U(1, n-1)$.
8.
 - א. מהי תוחלת מספר הילדים, X, לזוג הורים שהחליטו להמשיך ולהוליד ילדים עד אשר יהיה להם לפחות ילד אחד מכל מין? מהי השונוות של X?
 - ב. באוכלוסייה מסוימת מקובל להוליד ילדים עד לבן הראשון, ואז להפסיק. מהי תוחלת מספר הבנים למשפחה-V, מהי תוחלת מספר הבנות למשפחה-W?