

מבחן מועד א' – 89-133-01/02 אינפי 2 – 26/07/16

מרצים: דר' שמעון ברוקס ודר' ארז שיינר. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

משקל כל שאלה 16 נק', ענו על כל השאלות. משך המבחן: שלוש שעות.

1. חשבו את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

א. $\int x^2 \ln(x^2 + x - 2) dx$ ב. $\int \frac{\ln^2(x)}{x} dx$

2. קבעו לכל אינטגרל האם הוא מתכנס:

א. $\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x-1}(x-3)^2} dx$ ב. $\int_2^4 \frac{x+1}{\sqrt{x-1}(x-3)^2} dx$ ג. $\int_4^\infty \frac{x+1}{\sqrt{x-1}(x-3)^2} dx$

3. תהי $f(x)$ בעלת נגזרת רציפה בכל \mathbb{R} .

א. הוכיחו/הפריכו: אם $f'(x)$ זוגית אז $f(x)$ אי זוגית.

ב. הוכיחו/הפריכו: אם $f'(x)$ אי זוגית אז $f(x)$ זוגית.

(תזכורת: $f(x)$ זוגית אם $\forall x: f(x) = f(-x)$, ו $f(x)$ אי זוגית אם $\forall x: f(x) = -f(-x)$)

4.

א. חשבו את $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}}$ ב. חשבו את $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2^n}$

5. זכרו כי $\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ לכל $x \in \mathbb{R}$. האם הטור מתכנס במידה שווה בכל \mathbb{R} ? הסבירו.

(רמז: השתמשו במבחן ה \lim של ה \sup .)

6. תהי f רציפה בכל \mathbb{R} , ונגדיר פונקציה של שני משתנים $h(x, y) = \int_x^y f(t) dt$.

א. הוכיחו כי לכל נקודה $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ מתקיים כי $\frac{\partial h}{\partial x}(x, y) = 0$ אם ורק אם $\frac{\partial h}{\partial y}(y, x) = 0$

(כאשר $\frac{\partial h}{\partial x}$ היא הנגזרת החלקית של h לפי x .)

ב. אם הפונקציה המקורית הינה $f(t) = t$, הוכיחו כי קיימת ל $h(x, y)$ נקודה קריטית יחידה, והיא

נקודת אוסף.

7. מצאו את הערך המקסימלי והערך המינימלי של הפונקציה $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 2y$

בתחום $\{(x, y): x^2 + y^2 \leq 4\}$.